

# WYZNACZANIE MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI OŚRODKÓW ZIARNISTYCH SKŁADOWANYCH W SILOSACH

Jolanta Anna PRUSIEL\*

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45A, 15-351 Białystok

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono wybrane metody wyznaczania modułu sprężystości ośrodków ziarnistych o cechach bezkohezyjnych składowanych w silosach. Moduł sprężystości materiału sypkiego jest niezbędny do prawidłowego opisu efektów sprzężenia parcia ośrodka sypkiego i pól temperatury w silosie w ramach problemu interakcji konstrukcji ściany silosu i ośrodka. W pracy opisano wybrane zależności służące do wyznaczania modułu sprężystości ośrodków ziarnistych uzyskane na podstawie badań doświadczalnych (zazwyczaj w skali „mikro”, w aparacie trójosiowego ściskania) wykonanych przez różnych badaczy oraz metody wyznaczania tego parametru w świetle norm. Na podstawie wybranych zależności wyznaczono wartości modułów sprężystości  $E_m$  organicznego ośrodka ziarnistego (pszenicy).

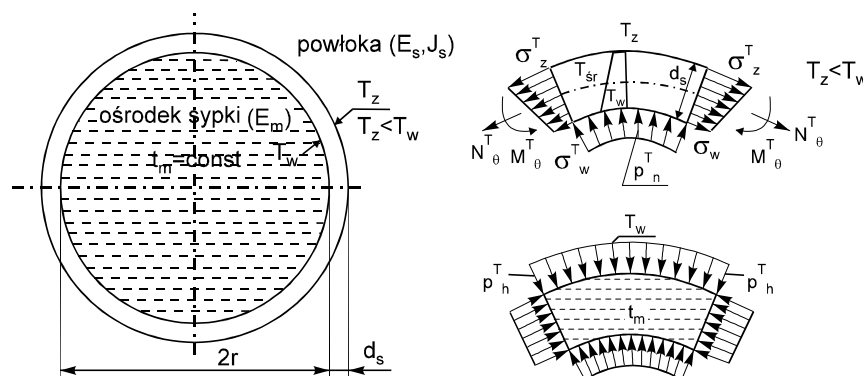
*Słowa kluczowe:* ośrodek ziarnisty, moduł sprężystości, interakcja, silos.

## 1. Wprowadzenie

Zmiany pól temperatury w ścianach komory silosowej wypełnionej ośrodkiem ziarnistym o cechach sprężystych wywołują stany naprężeń i odkształceń sprzężonych z odpowiednimi składowymi pochodzącymi od parcia ośrodka sypkiego zgromadzonego w komorze. Jednym z efektów oddziaływań termicznych są naprężenia obwodowe i południkowe, związane z pojawieniem się dodatkowego parcia poziomego (parcia termicznego) podczas równomiernego ochładzania się ściany na skutek spadku temperatury otoczenia w krótkim czasie (spadek w cyklu dobowym). Analizą tych niekorzystnych efektów w silosach zajmowano się od czasu, kiedy

Andersen (1966), a następnie Theimer (1967), wyjaśnili przyczyny serii katastrof silosów stalowych w USA, zaistniałych w okresach intensywnych spadków temperatury otoczenia.

Efekt występowania dodatkowych naprężeń termicznych wywołany jest interakcją powłoki i ośrodka sypkiego. W przypadku komory napełnionej ośrodkiem sypkim (na przykład zbożem), spadek temperatury wywołuje skrócenie obwodu powłoki, które ograniczone jest podatnością rdzenia utworzonego z materiału sypkiego. Efektem tego jest wzrost składowej poziomej parcia ośrodka sypkiego o wartość  $p_h^T$  i wystąpienie znaczących wartości naprężeń termicznych  $\sigma^T$  w przekrojach powłoki silosu, co pokazano na rysunku 1.



Rys.1. Rozkład sił wewnętrznych w przekroju pierścienia ściany silosu współpracującej z ośrodkiem sypkim

\* Autor odpowiedzialny za korespondencję. E-mail: j.prusiel@pb.edu.pl

Dodatkową składową normalną parcia  $p_h^T$  działającą na pionową ścianę silosu o przekroju kolistym, przy szybkim ochłodzeniu powłoki, można obliczyć na podstawie normy europejskiej dotyczącej wyznaczania oddziaływań na konstrukcje silosów (PN-EN 1991-4:2008 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki) ze wzoru:

$$p_h^T = C_T \alpha_w \Delta T_s \frac{E_w}{\left[ \frac{r}{t} + (1-\nu) \frac{E_w}{E_{sU}} \right]} \quad (1)$$

gdzie:  $C_T$  jest współczynnikiem obciążenia temperaturą,  $\alpha_w$  jest współczynnikiem termicznej rozszerzalności ściany silosu,  $\Delta T_s$  jest spadkiem temperatury na grubości ściany silosu,  $r$  jest promieniem komory silosu,  $t$  jest grubością ściany silosu,  $\nu$  jest współczynnikiem Poissona ośrodka ziarnistego,  $E_w$  jest modułem sprężystości materiału ściany silosu, a  $E_{sU}$  jest efektywnym modułem sprężystości ośrodka przy odciążeniu.

Polska norma silosowa (PN-B-03262:2002 Silosy żelbetowe na materiały sypkie. Obliczenia statyczne, projektowanie, wykonawstwo i eksploatacja) zalecała obliczenie dodatkowej równoleżnikowej siły rozciągającej  $N_\theta^T$  w płaskim stanie naprężenia jak dla pierścienia wyciętego z powłoki współpracującej z ośrodkiem sypkim z zależności:

$$N_\theta^T = \frac{0,5dE_m\alpha_t\Delta\vartheta_m}{0,5dE_m + (1-\nu_m)tE_c} \quad (2)$$

gdzie:  $\Delta\vartheta_m$  jest dobowym spadkiem średniej temperatury na grubości ściany silosu,  $d$  jest średnicą komory silosu,  $t$  jest grubością ściany komory silosu,  $\alpha_w$  jest współczynnikiem rozszerzalności termicznej ściany silosu,  $E_c$  jest modułem sprężystości materiału ściany silosu, a  $E_m$ ,  $\nu_m$  odpowiednio modułem sprężystości i współczynnikiem Poissona ośrodka sypkiego.

Do określenia dodatkowych obciążeń na ścianę silosu wynikających z oddziaływań termicznych (dobowych spadków temperatury otoczenia) niezbędne jest uwzględnienie odkształcalności ośrodka ziarnistego przy założeniu współpracy konstrukcji ściany z ośrodkiem. W tym celu należy wyznaczyć moduł sprężystości ośrodka ziarnistego  $E_m$  składowanego w silosie.

## 2. Wyznaczanie modułu sprężystości ośrodków ziarnistych $E_m$ na podstawie badań doświadczalnych i w świetle wybranych norm

Moduł sprężystości ośrodka ziarnistego  $E_m$  zależy jednocześnie od stanu naprężenia i odkształcenia w ośrodku ziarnistym. Opis tych parametrów bazuje najczęściej na badaniach eksperymentalnych zachowania się ośrodka sypkiego w skali „mikro” w aparacie trójosiowego ściskania. Związki funkcyjne naprężeń w ośrodku ziarnistym i wyniki badań doświadczalnych wykonanych przez różnych badaczy posłużyły także

do opracowania wytycznych normowych w zakresie określania modułu sprężystości  $E_m$ . Poniżej przedstawiono wybrane zależności służące do wyznaczania modułu sprężystości ośrodków ziarnistych.

Do wyznaczenia modułu sprężystości ośrodka ziarnistego (pszenicy) można wykorzystać empiryczne zależności wynikające z badań doświadczalnych Manbecka i Nelsona (1975) pszenicy w osiowo-symetrycznym stanie naprężenia. Na podstawie badań stwierdzili oni, że odkształcenia ziarna są nieliniową funkcją parcia poziomego oraz współczynnika  $k$ , określonego jako iloraz parcia poziomego do pionowego w masie zboża. Wartość współczynnika  $k$  zmienia się w przedziale 0,5-1,61. W swoich rozważaniach Manbeck i Nelson założyli, że naprężenia poziome i pionowe są naprężeniami głównymi. Na podstawie własnych badań sformułowali następujące związki funkcyjne między odkształceniami i naprężeniami w ośrodku ziarnistym:

$$\varepsilon_h = 0,01 \left( -4,92 + 12,20k - 4,71k^2 \right) \left( \frac{\sigma_h}{0,28} \right)^{0,454} \quad (3)$$

$$\varepsilon_h = 0,01 \left( 10,00 - 12,26k + 3,72k^2 \right) \left( \frac{\sigma_h}{0,28} \right)^{0,520} \quad (4)$$

$$k = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \quad (5)$$

gdzie:  $\sigma_h$  i  $\sigma_v$  są naprężeniami w kierunku poziomym i pionowym w MPa, natomiast  $\varepsilon_h$  i  $\varepsilon_v$  są odkształceniami w kierunku poziomym i pionowym.

W równaniach (3) i (4) wyraźnie widoczna jest anizotropowa natura zachowania ziaren pszenicy (odkształcenia poziome opisuje inna funkcja niż odkształcenia pionowe). Przekształcając równania (3) i (4) oraz różniczkując funkcje w postaci:

$$E_{m,h} = \frac{d\sigma_h}{d\varepsilon_h}, \quad E_{m,v} = \frac{d\sigma_v}{d\varepsilon_v} \quad (6)$$

można wyznaczyć moduł sprężystości ziarna w kierunku poziomym  $E_{m,h}$  i pionowym  $E_{m,v}$ :

$$E_{m,h} = 2,203 \left( \frac{56,1}{-4,92 + 12,20k - 4,71k^2} \right)^{2,203} \varepsilon_h^{1,203} \quad (7)$$

$$E_{m,v} = 1,923 \left( \frac{51,6}{(10,00 - 12,26k + 3,72k^2)k^{0,52}} \right)^{1,923} \varepsilon_v^{0,923} \quad (8)$$

W tabeli 1 przedstawiono przykładowe wartości modułów  $E_{m,h}$  i  $E_{m,v}$  pszenicy, wyznaczone na podstawie wyżej opisanych zależności, zamieszczonych w pracy Manbecka (1984).

Tab. 1. Wartości modułów sprężystości pszenicy  $E_{m,h}$  i  $E_{m,v}$  (Manbeck, 1984)

$\sigma_h$ [kPa]	$k = 0,56$		$k = 0,60$		$k = 0,80$		$k = 1,00$	
	$E_{m,h}$ [MPa]	$E_{m,v}$ [MPa]	$E_{m,h}$ [MPa]	$E_{m,v}$ [MPa]	$E_{m,h}$ [MPa]	$E_{m,v}$ [MPa]	$E_{m,h}$ [MPa]	$E_{m,v}$ [MPa]
7,0	19,4	2,8	11,9	3,0	4,5	3,9	3,2	6,2
14,0	28,2	4,0	17,2	4,1	6,6	5,5	4,7	8,7
20,5	35,3	4,8	21,6	5,0	8,2	6,7	5,8	10,6
27,5	41,3	5,5	25,1	5,8	9,6	7,7	6,8	12,1
34,5	46,8	6,2	28,4	6,4	10,8	8,6	7,7	13,5
41,5	51,7	6,7	31,4	7,0	12,0	9,3	8,4	14,7
48,5	56,3	7,2	34,2	7,6	13,0	10,1	9,2	15,8
55,0	60,2	7,7	36,8	8,1	14,0	10,7	9,9	16,9

Związki empiryczne zaproponowane przez Manbecka i Nelsona (wzory (7) i (8)) posłużyły do opracowania algorytmu wyznaczania podatności ośrodka sypkiego  $C(z)$  w dyskretnym modelu numerycznym powłoki (w zadaniu trójwymiarowym), zastosowanym do analizy zagadnienia interakcji ściany silosu i ośrodka sypkiego (rys. 2).

W celu obliczenia podatności  $C(z)$  ośrodka ziarnistego, niezbędne jest określenie modułu sprężystości  $E_m$  i współczynnika Poissona  $\nu_m$  materiału sypkiego. Przyjmując w uproszczeniu płaski stan naprężenia w masie ziarna, podatność ośrodka wyznaczoną dla pierścieni cylindrycznej powłoki opisanych współrzędną  $z$ , opisuje zależność

$$C(z) = \frac{E_m(z)}{r(1-\nu_m)} \quad (9)$$

Algorytm ten wykorzystano w obliczeniach numerycznych konstrukcji silosów wolno stojących i zblokowanych poddanych sprzężonym oddziaływaniom statycznym i termicznym (Prusiel i Łapko, 1999; Łapko i Prusiel, 2006).

Rozpatrując ośrodek sypki jako materiał opisany cechami podobnymi do gruntów sypkich, do określenia modułu sprężystości  $E_m$  można wykorzystać następującą formułę zaproponowaną przez Mitchela (1993)

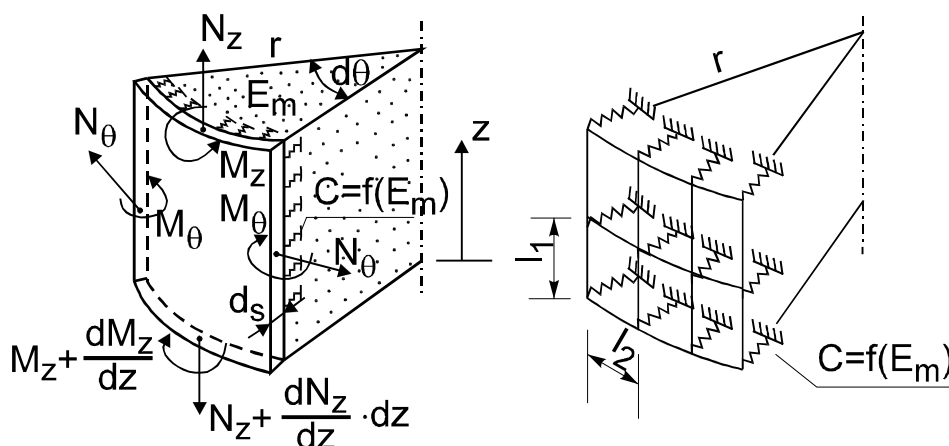
$$E_m = K p_a \left( \frac{\sigma_h}{p_a} \right)^n \quad (10)$$

gdzie:  $\sigma_h$  jest mniejszym naprężeniem głównym (składowa pozioma parcia),  $K$  jest bezwymiarowym współczynnikiem zmieniającym się od 300 do 2000 – określonym z pracy Wonga i Duncana (1974),  $p_a$  jest wartością ciśnienia atmosferycznego, a  $n$  jest wykładnikiem o wartości 0,3-0,6.

Podczas gdy znane są i stosowane skomplikowane zależności opisujące stan naprężeń w ośrodku sypkim, wiedza odnośnie właściwości materiałów sypkich jest wciąż niewystarczająca. Rotter i Zhang (1990) podają prostą zależność modułu sprężystości ośrodka sypkiego  $E_m$  i składowej pionowej naprężenia. Ma ona postać:

$$E_m = \kappa_v \sigma_v \quad (11)$$

gdzie:  $\sigma_v$  jest składową pionową naprężenia w ośrodku sypkim,  $\kappa_v$  jest współczynnikiem dotyczącym modułu opisującego kontakty między ziarnami (wartość określana na podstawie badań).



Rys. 2. Model interakcji ściany silosu i ośrodka ziarnistego (Prusiel, 2011)

W wyniku badań doświadczalnych, w których uzyskano przybliżone zależności liniowe, ustalono następujące wartości współczynnika  $\kappa_v$ :

- 70 dla suchych ośrodków ziarnistych,
- 100 dla suchych luźnych piasków,
- 150 dla bardzo zagęszczonych twardych ziaren.

Podobny wzór proponuje norma australijska (AS 3774:1996 *Loads on bulk solids container*), która definiuje górną granicę współczynnika  $\kappa_v$  w postaci:

$$\kappa_v = 3\gamma^{3/2} \quad (12)$$

gdzie  $\gamma$  jest ciężarem objętościowym ośrodka ziarnistego.

Z kolei norma rosyjska (SN-302-77 *Instrukcja po projektowaniu elewatorów, zernoskładów i drugich przedsiębiorstw po obróbkę i chranieniu zerna*) i norma czeska (CSN 73 5570:1980 *Navrhovani konstrukci zasobniku*) podają wartości modułu  $E_m$  dla wybranych materiałów sypkich w postaci tabelarycznej.

Przykładowe wartości  $E_m$  i  $\nu_m$  dla nieorganicznych ośrodków sypkich, takich jak piasek czy żwir, podano w tabeli 2 na podstawie pracy Chena (1995).

Tab. 2. Wartości modułu sprężystości i współczynnika Poissona dla ośrodków ziarnistych (Chen, 1995)

Typy gruntów sypkich	Moduł sprężystości $E_m$ [MPa]	Współczynnik Poissona $\nu_m$
Luźny piasek	10 - 24	0,20 - 0,40
Średnio zagęszczony piasek	17 - 28	0,25 - 0,40
Zagęszczony piasek	35 - 55	0,30 - 0,45
Piaski gliniaste	10 - 17	0,20 - 0,40
Piaski i żwiry	69 - 170	0,15 - 0,35

Zgodnie z polską normą (PN-B-03262:2002) wartości modułu sprężystości ośrodka należy przyjmować według danych literaturowych lub wyznaczać doświadczalnie z uwzględnieniem przewidywanego zakresu naprężeń w ośrodku sypkim składowanym w komorze silosu. W załączniku do normy nie podano jednak procedury badawczej do wyznaczenia modułu. Do celów projektowych w analizie statycznej powłoki z uwzględnieniem interakcji konstrukcji ściany i ośrodka ziarnistego zaleca się obliczenie modułu  $E_m$  ze wzoru analitycznego zaproponowanego przez Ehlersa (1979):

$$E_m = Ap_{vf}^2 + B \quad (13)$$

gdzie:  $p_{vf}$  jest składową pionową parcia materiału sypkiego przy napełnieniu komory na poziomie rozpatrywanego pierścienia ściany w kN/cm<sup>2</sup>, a  $A$  i  $B$  są współczynnikami określonymi na podstawie badań doświadczalnych. Dla materiałów ziarnistych organicznych (na przykład zboże) przyjęto:  $A = 10000$ ,  $B = 0,3$ ; dla materiałów ziarnistych nieorganicznych (na przykład piasek) przyjęto:  $A = 38000$ ,  $B = 0,4$ .

Funkcję opisującą moduł sprężystości dla zboża uzyskał Ehlers (1979) na podstawie badań

eksperymentalnych. Dla praktyki inżynierskiej Ehlers opracował nomogramy do bezpośredniego wyznaczania wartości dodatkowego naporu termicznego w silosach stalowych, powstającego wskutek szybkiego obniżania się temperatury otoczenia (Kamiński, 1986).

Aktualną procedurę wyznaczania modułu sprężystości materiałów ziarnistych składowanych w silosach przedstawia norma europejska dotycząca obliczania oddziaływań w silosach – Eurokod 1 cz. 4, obowiązująca również w Polsce w postaci PN-EN 1991-4:2008. Norma zaleca określenie efektywnego modułu sprężystości ośrodka przy odciążeniu  $E_{sU}$ , niezbędnego do obliczenia przyrostu parcia w silosie – wzór (1), według metody opisanej w załączniku C.10. Opisana jest tam zasada pomiaru bezpośredniego modułu sprężystości i wymagana przy tym procedura badawcza. Do celów projektowych podano również oszacowanie pośrednie efektywnego modułu sprężystości ośrodka przy odciążeniu  $E_{sU}$  na podstawie wzoru:

$$E_{sU} = \chi \cdot p_{vft} \quad (14)$$

gdzie:  $p_{vft}$  jest składową pionową parcia materiału sypkiego u podstawy ściany komory silosu, a  $\chi$  jest współczynnikiem kalibracyjnym modułu sprężystości.

W przypadku braku danych z badań, zgodnie z założeniem C.10.2 (PN-EN 1991-4:2008), współczynnik kalibracyjny modułu  $\chi$  można wyznaczyć na podstawie ciężaru objętościowego ośrodka  $\gamma$  składowanego w silosie z zależności:

$$\chi = 7\gamma^{3/2} \quad (15)$$

Norma dopuszcza alternatywnie przyjęcie następujących wartości współczynnika  $\chi$ :

- 70 dla suchych ziarnistych materiałów zbożowych,
- 100 dla drobnoziarnistych cząstek mineralnych,
- 150 w przypadku materiałów o dużych i twardych cząstkach mineralnych.

Wartości współczynnika  $\chi$  przyjęto w normie (PN-EN 1991-4:2008) na podstawie wyników badań doświadczalnych Rottera i Zhanga (1990), które omówiono w niniejszej pracy.

### 3. Przykład obliczeniowy

W celu określenia modułu sprężystości ośrodka ziarnistego (typu pszenica) na podstawie omówionych w pracy metod, wyznaczono oddziaływanie ośrodka sypkiego (parcie) na ścianę w wolno stojącym, cylindrycznym silosie żelbetowym o następującej charakterystyce:

- wysokość komory silosu  $H = 30,0$  m,
- promień komory silosu  $r = 4,0$  m,
- grubość ściany komory  $t = 0,18$  m,
- moduł sprężystości betonu  $E_w = 29$  GPa.

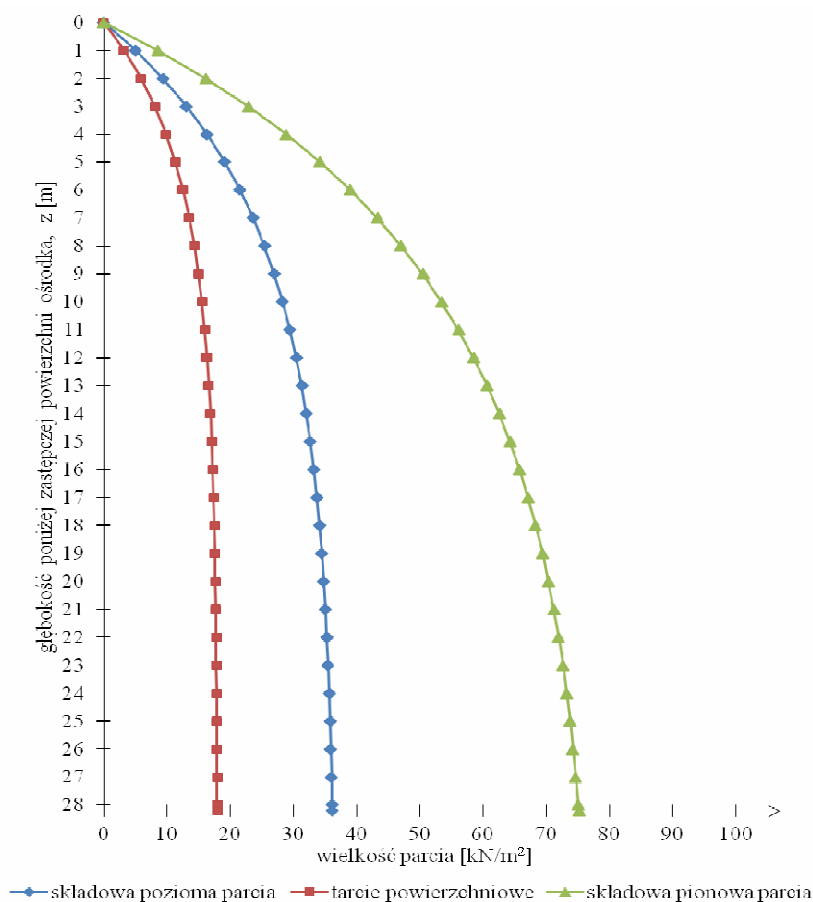
Właściwości pszenicy niezbędne do wyznaczenia parcia ośrodka sypkiego w silosie odczytano z tablicy E1 w załączniku E normy (PN-EN 1991-4:2008):

- ciężar jednostkowy  $\gamma = 9,0 \text{ kN/m}^3$ ,
- kąt stoku naturalnego  $\phi_r = 34^\circ$ ,
- kąt tarcia wewnętrznego  $\phi_{im} = 30^\circ$ ,
- współczynnik parcia bocznego: średnia wartość  $K_m = 0,54$ , górna wartość  $K_g = 0,60$ , dolna wartość  $K_d = 0,49$ ,
- współczynnik tarcia ośrodka o ścianę żelbetową  $\mu_m = 0,57$ ,
- współczynnik Poissona ośrodka sypkiego  $\nu = 0,3$ .

Zgodnie z wytycznymi normowymi (PN-EN 1991-4:2008) dotyczącymi obliczania symetrycznego parcia ośrodka sypkiego w silosach smukłych w fazie napełniania, wyznaczono składową poziomą parcia  $p_{hf}$  i tarcie o ścianę silosu  $p_{vf}$  oraz składową pionową parcia  $p_{vf}$  w ośrodku ziarnistym. Wykresy obliczonego parcia pszenicy przedstawiono na rysunku 3, zaś wartości parcia symetrycznego w wybranych przekrojach na głębokości z licząc od góry komory zamieszczono w tabeli 3.

Wyznaczona składowa pozioma parcia  $p_{hf}$  w silosie posłużyła do wyznaczenia modułu sprężystości pszenicy w kierunku poziomym według zależności (3) i (7), opartych na związkach empirycznych Manbecka i Nelsona (1975). Wyniki obliczeń zamieszczono w tabeli 3. Uzyskano dość zbliżone wartości modułów pszenicy  $E_{m,h}$  w tabeli 1 i 3 dla porównywalnych naprężeń w ośrodku sypkim  $\sigma_h$  i współczynnika  $k = 0,6$ .

Na podstawie wzoru (13) z polskiej normy silosowej (PN-B-03262:2002) obliczono moduł sprężystości pszenicy  $E_m$  u podstawy komory silosu na głębokości  $z = 28,2 \text{ m}$  dla wartości składowej pionowej parcia  $p_{vf} = p_{vft} = 75,09 \text{ kN/m}^2$  i współczynników:  $A = 10000$  i  $B = 0,3$ . Na tej samej głębokości z określono metodą pośrednią według normy (PN-EN 1991-4:2008) efektywny moduł sprężystości pszenicy przy odciążaniu  $E_{sU}$  – wzór (14). Wyniki obliczeń dla trzech wybranych metod zestawiono w tabeli 4.



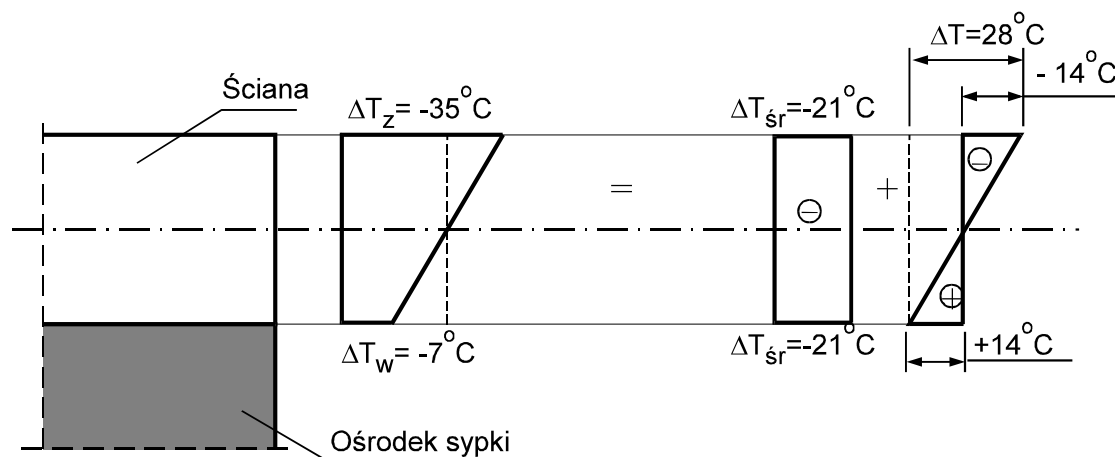
Rys. 3. Wykresy symetrycznego parcia materiału ziarnistego (pszenicy) w komorze silosu w fazie napełniania [kPa]

Tab. 3. Wartości parcia symetrycznego w komorze silosu oraz odkształceń poziomych  $\varepsilon_h$  i modułu sprężystości pszenicy  $E_{m,h}$ 

Głębokość $z$ [m]	Składowa pozioma parcia $p_{hf}$ [kPa]	Tarcie powierzchniowe $p_{vf}$ [kPa]	Składowa pionowa parcia $p_{vf}$ [kPa]	Odształcenie poziome $\varepsilon_h$	Moduł sprężystości $E_{m,h}$ [MPa]
1,00	5,02	3,23	8,50	0,0011	9,7
3,00	13,10	8,06	22,83	0,0018	16,4
6,00	21,52	12,51	38,99	0,0022	21,6
8,00	25,40	14,31	47,04	0,0024	23,6
10,00	28,28	15,51	53,44	0,0025	25,0
15,00	32,68	17,08	64,25	0,0027	27,1
19,00	34,47	17,58	69,37	0,0027	27,9
23,00	35,47	17,81	72,61	0,0028	28,3
28,20	36,14	17,93	75,09	0,0028	28,6

Tab. 4. Moduły sprężystości pszenicy  $E_m$  wyznaczone u podstawy komory silosu ( $z = 28,2$  m)

Metody wyznaczania modułu sprężystości ośrodka ziarnistego	Moduł sprężystości pszenicy [MPa]	Przyrost parcia termicznego $p_h^T$ [kPa]
$E_{m,h} = 2,203 \left( \frac{56,1}{-4,92 + 12,20k - 4,71k^2} \right)^{2,203} \varepsilon_h^{1,203}$	28,6	24,96
$E_m = Ap_{vf}^2 + B$	14,2	12,58
$E_{sU} = \chi \cdot p_{vf}$	8,6	7,67

Rys. 4. Obliczeniowe spadki temperatury w ścianie komory silosu (Prusiel, 1998):  $\Delta T_z$  i  $\Delta T_w$  są spadkami temperatury na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ściany, a  $\Delta T_s$  jest równomiernym ochłodzeniem ściany

Aby pokazać wpływ odkształcalności ośrodka ziarnistego na przyrost parcia termicznego w silosie na podstawie wzoru (1) obliczono dodatkową składową poziomą parcia  $p_h^T$  na pionową ścianę silosu cylindrycznego, przy szybkim ochłodzeniu powłoki o  $\Delta T_s = 21^\circ\text{C}$ . Obliczeniowe spadki temperatury w ścianie (rys. 4) przyjęto na podstawie pracy (Prusiel, 1998), w której analizowano eksperymentalne i teoretyczne rozkłady pól temperatury w komorach elewatorów

zbożowych. Ponadto do obliczeń przyjęto: współczynnik obciążenia temperaturą  $C_T = 3$  i współczynnik termicznej rozszerzalności żelbetowej ściany silosu  $\alpha_w = 1 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$  (PN-EN 1991-4:2008).

W tabeli 4 zamieszczono obliczone dodatkowe parcie  $p_h^T$  dla trzech różnych wartości modułów sprężystości pszenicy. Przyrost parcia termicznego w cylindrycznym silosie pod wpływem spadku temperatury otoczenia wzrasta wraz z modułem sprężystości ośrodka ziarnistego.

#### 4. Wnioski

- Przedstawione w pracy metody wyznaczania modułu sprężystości ośrodków ziarnistych bazują głównie na wynikach badań doświadczalnych, na podstawie których autorzy badań formułują mniej lub bardziej złożone zależności. Są to proste funkcje liniowe uzależnione od parcia materiału sypkiego lub nieliniowe związki między odkształceniami i naprężeniami w ośrodku.
- Zalecany w normie PN-EN 1991-4:2008 pomiar bezpośredni modułu w warunkach laboratoryjnych wymaga specjalistycznej aparatury o odpowiednich wymiarach i zachowania ściśle określonych procedur badawczych, w zależności od stopnia rozdrobnienia ośrodka sypkiego.
- Wyznaczone w przykładzie obliczeniowym na podstawie trzech wybranych metod wartości modułu sprężystości pszenicy znacznie różnią się między sobą. Wynika to z przyjętych zależności związanych z opisem stanu odkształcenia i naprężenia w ośrodku ziarnistym.
- W analizie stanu naprężenia w ścianach silosów pod wpływem sprzężonych oddziaływań statycznych i termicznych, istotne jest uwzględnienie podatności ośrodka sypkiego, a z tym wiąże się określenie modułu sprężystości materiału składowanego w silosie.
- Do projektowania zbiorników na materiały sypkie z uwzględnieniem interakcji ściany i ośrodka, nadal brakuje w literaturze naukowo-technicznej właściwości materiałowych wielu rodzajów ośrodków rozdrobnionych.

#### Literatura

- Andersen P. (1966). Temperature stresses in steel grain-storage tanks. *Civil Engineering - ASCE*, Vol. 36, No. 1, 74.
- Chen W.F. (1995). *The Civil Engineering Handbook*. Press Inc., Purdue University West Lafayette, Indiana.
- Ehlers K. (1979). Beiträge zur Ermittlung von Schüttgutkonstanten und deren Einfluss auf Silolasten. *Dissertation TU Braunschweig*.
- Kamiński M. (1986). Badania naporu bezkohezyjnych materiałów sypkich w silosach. *Wydania Politechniki Wrocławskiej*, Wrocław.
- Łapko A., Prusiel J. A. (2006). Analysis of thermal effects in grouped silos of grain elevators. *International Agrophysics*, Institute of Agrophysics, Polish Academy of Sciences, Vol. 20, No. 4, 301-307.
- Manbeck H.B. (1984). Predicting thermally induced pressures in grain bins. *Transactions of the ASAE*, Vol. 27, No. 1, 482-486.
- Manbeck H. B., Nelson G. L. (1975). Three dimensional constitutive equations for wheat en masse. *Transactions of the ASAE*, Vol. 18, No. 6, 1122-1127.
- Mitchel J. K. (1993). *Fundamentals of soil behavior*. 2<sup>nd</sup> Ed. John Wiley & Sons, New York.
- Prusiel J. A. (1998). Wpływ pól temperatury na stany naprężeń w ścianach żelbetowych komór silosowych. Praca doktorska, *Politechnika Białostocka*.
- Prusiel J. A. (2011). Doświadczalne wyznaczanie parametrów opisujących model interakcji ściany silosu i ośrodka sypkiego. *Inżynieria i Budownictwo*, 6/2011, 317-320.
- Prusiel J. A., Łapko A. (1999). Analiza statyczna cylindrycznych silosów żelbetowych z uwzględnieniem wpływu temperatury. *Inżynieria i Budownictwo*, 4/1999, 203-208.
- Rotter J. M., Zhang Q. (1990). Elastic buckling of imperfect cylinders containing granular solids. *Journal of Structural Engineering*, Vol.116, No. 8, 2253-2271.
- Theimer O. F. (1967). Bersten von Stahlsilos bei tiefen Temperaturen. *Der Bauingenieur*, Vol. 42, H.3, 102-105.
- Wong K. S., Duncan J. M. (1974). Hyperbolic stress- strain parameters for nonlinear finite elements analysis of stresses and movements in soil masses. Report TE 73-4, *Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley*.

#### DETERMINATION OF ELASTICITY MODULUS FOR BULK SOLID STORED IN SILO BINS

**Abstract:** The paper presents selected methods of evaluation elasticity modulus for cohesionless material stored in silo bins. The modulus of elasticity of bulk solid is an important parameter needed for precise description of coupled effects of silo pressure and thermal fields in the frame of problem of interaction between wall structure and bulk solid "en masse". Selected expressions for evaluation of elasticity modulus of particulate solids are described on the basis of typical experimental tests in the micro scale in the triaxial apparatus. Some standard methods for evaluation of such material parameter are also presented. On the basis of selected relationships the values of modulus of elasticity of a given solid (wheat) are calculated.

Artykuł opracowano w Politechnice Białostockiej w ramach realizacji Pracy Statutowej S/WBiIS/2/2012.